N°5 http://www.posmatematica.ufv.br/pt/

JMat UFV

20 de Dezembro de 2019 || 14:52h

3° Encontro UFV-UFJF e o Dia da Matemática V

O 5ª Dia da Matemática e o 3° Encontro UFV-UFJF foram realizados com successo nos dias 08/11 e 11/11 de 2019, respectivamente. O 5ª Dia da Matemática foi coordenado pela Profª Catarina Mendes de Jesus (UFV) e o 3° Encontro UFV-UFJF pelo Prof. Anderson L. A de Araújo. Nestes encontros, além de docentes e estudantes do DMA, nos brindaram com palestras, os professores visitantes Tatiana A. Gouveia (UFJF), Alana C. Felippe (UFOP) e Willian V. França (UFJF). Agradecemos a todos os participantes.

A. L. A. Araújo

E. Leite

C. Mendes de Jesus

M. S. Alves

Maximum and comparison principles to Lane-Emden systems.

E. Leite; M. Montenegro; *Journal of the London Mathematical Society*, 2019. (*Classif. CAPES: A1*).

This paper focuses on maximum and comparison principles related to the Lane-Emden systems. As applications, we establish existence and uniqueness of solution for the nonhomogeneous counterpart of the system as well as Aleksandrov-Bakelman-Pucci (ABP) type estimates. Lower bounds for principal eigenvalues of Lane-Emden systems in terms of the domain measure are also derived.

Positive solutions of quasilinear elliptic equations with exponential nonlinearity combined with convection term.

A. L. A. Araújo; L. F. O. Faria; *Journal of Differential Equations*, 2019. (*Classif. CAPES: A1*).

O objetivo do artigo foi estabelecer a existência de soluções positivas para um problema de Dirichlet elíptico não linear na dimensão N envolvendo o N-Laplaciano. A não linearidade considerada depende do gradiente da função desconhecida e um termo exponencial. Nesse caso, métodos variacionais não podem ser aplicados e a abordagem usada baseou-se no método de aproximação em uma classe de espaços normados de dimensão finita.

Invariants of Stable Maps from the 3-Sphere to the Euclidean 3-Space.

N. B. Humani; C. Mendes de Jesus; J. Palacios; *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society,* 2019. (*Classif. CAPES: A2*).

Exponential stability of laminated Timoshenko beams with boundary/internal controls.

M. S. Alves; R. N. Monteiro; *Journal of Mathematical Analysis and Applications,* 2019. (*Classif. CAPES: B1*).

TÓPICOS PRINCIPAIS

COLABORADORES:
*Augusto C. C. Ribeiro
*Ígor S. Reis
*Poliana R. A. de Paula

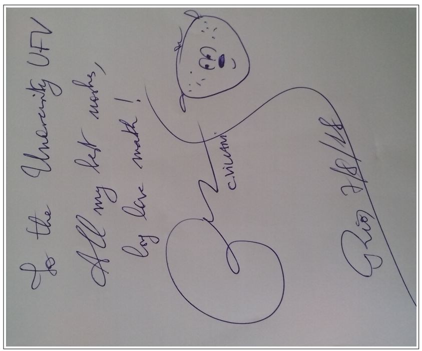
JMat UFV

EDITORES
Pouya Mehdipour
Ady Cambraia Junior
http://www.posmatematica.ufv.br/pt/

Cédric Villani (Medalha de Fields 2010)

To the University UFV, All my best maths, By love Math! (C. Villani).

Cédric Villani



Mensagem do C. Villani para UFV

Cédric Villani é um conceituado matemático francês, nascido em 1973. Professor-pesquisador de Matemática desde 2000, trabalhou em Paris, Lyon, Atlanta, Berkeley, Princeton e IHES de Bures-sur-Yvette. Em 2009, chefiou o Instituto Henri Poincaré, um dos mais antigos institutos de pesquisa do mundo em Matemática e Física Teórica. Antes de se tornar membro do Parlamento, também foi membro dos conselhos científicos da EDF, Orange e Boston Consulting Group.

Agraciado em 2010 com a Medalha Fields, popularmente conhecida como o “Nobel da Matemática”, Villani também se destaca por seu estilo peculiar: traja ternos bem cortados, acompanhados de colete e um lenço de seda no lugar da gravata, carrega um relógio de bolso e usa vistosas abotoaduras nos pulsos. Cravado na lapela, leva sempre um grande broche de aranha.

Sua vida como pesquisador foi coroada com a Medalha Fields em 2010, com trabalhos sobre Álgebra e Geometria. Desde então, dedicou energia incansável ao compartilhamento de conhecimento por meio de conferências para todos os públicos, em todos os continentes e através de seus livros.

As suas principais áreas de investigação são a teoria cinética (equações de Boltzmann e Vlasov e as suas variantes) e o transporte óptimo e as suas aplicações, campo em que é autor de duas obras de referência.

Em 2012, escreveu o livro “Théorème Vivant” [1], no qual busca descrever de um modo impressionista, do ponto de vista do coração, como é chegar a uma descoberta matemática importante.

Os Prêmios

Além da Medalha Fields, Cédric Villani foi honrado com os prêmios da European Mathematical Society (2008), Henri Poincaré (2009), Fermat (2010), dentre outros.

Medalha Fields: A Medalha Fields é o prêmio mais conhecido em Matemática. Inaugurada em 1936, as medalhas são concedidas no quadrienal Congresso Internacional de Matemáticos. Sempre foi comparada com o Prêmio Nobel e considerada a distinção máxima que um matemático pode receber.

Prêmio European Mathematical Society: A European Mathematical Society (EMS) é uma organização europeia dedicada ao desenvolvimento da Matemática na Europa. O Congresso Europeu de Matemática ocorre a cada quatro anos, sob a coordenação da EMS, no qual dez prêmios são concedidos em “reconhecimento a contribuições de excelência em Matemática por jovens pesquisadores com idade não superior a 35 anos”.

Prêmio Henri Poincaré: O Prêmio Henri Poincaré, patrocinado pela Fundação Daniel Iagolnitzer, foi criado em 1997, em reconhecimento a contribuições de destaque em Física Matemática. O prêmio também é destinado ao reconhecimento e suporte de jovens de excepcional potencial, que já fizeram contribuições ao campo da Física Matemática. O comitê responsável pela cessão do prêmio é designado pela Associação Internacional de Física Matemática (IAMP).

Prêmio Fermat: Concedido pelo Institut de Mathématiques de Toulouse, da Université Paul Sabatier, a cada dois anos, para trabalhos de pesquisa em áreas nas quais as contribuições de Pierre de Fermat tenham sido decisivas: Princípios Variacionais, Fundamentos de Probabilidade, Geometria Analítica e Teoria dos Números. A primeira premiação ocorreu em 1989 e, em 1995, Andrew Wiles foi agraciado por seus trabalhos que culminaram na demonstração do Último Teorema de Fermat.

Alguns livros publicados

Teorema Vivo: A proposta do livro é justamente tornar inteligível as nuances e os desafios do pensamento de um pesquisador deste campo da ciência. Ele permite que o leitor entre na intimidade do seu laboratório, ou “labô” como dizem os franceses. Esta porta aberta dá a oportunidade de acompanhar dois momentos cruciais: a gênese de uma descoberta matemática e o momento da publicação de um artigo com o novo resultado, ou melhor, o novo teorema.

Tópicos em Transporte Ideal: Este livro é uma introdução ao problema de minimização de Monge-Kantorovich e suas ramificações em vários ramos da Matemática. Destinado a servir tanto como uma pesquisa recente quanto como um livro didático para estudantes, abrange tanto a teoria, as aplicações à mecânica de fluidos, desigualdades geométrico-funcionais e o estudo de equações dissipativas. Muitos exercícios e problemas estão incluídos.

Transporte ideal, antigo e novo: Pode ser considerado como a sequência do livro sobre transporte ideal, embora possa ser lido de forma independente e se baseie em opções de apresentação bastante diferentes. A apresentação é mais focada em geometria, probabilidade e sistemas dinâmicos.

[1] “Teorema Vivo”, traduzido para o português e publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática, em 2019.

LMAC

LMAC

LÓGICA MATEMÁTICA, APRENDIZAGEM E CIDADANIA

Lógica Matemática, Aprendizagem e Cidadania surgiu da percepção de que a dificuldade dos estudantes em aprender, principalmente Matemática, reside também na falta de uma formação básica sobre raciocínio lógico dedutivo. A habilidade de organizar o pensamento e o conhecimento de modo sistemático é necessária a todas as pessoas e o estudo da Lógica auxilia muito no seu desenvolvimento.

A professora titular Marinês Guerreiro (DMA-UFV) coordena, desde 2018-I, a equipe formada por Diovana Mussolin e Letícia Freitas (Licenciatura em Matemática), Frederico Souza e Tenilson Neves (Bacharelado em Matemática) da UFV, na execução das atividades do projeto.

Objetivos

Um dos objetivos é proporcionar a oportunidade a cidadãos em geral de conhecer e aprender noções de Lógica e do raciocínio dedutivo, a fim de aplicá-las a problemas em diversas áreas do conhecimento e no dia-a-dia, além de fazer a distinção dos diferentes tipos de argumentos (válidos, corretos, falaciosos, sofismas).

Outros objetivos são capacitar a equipe a produzir os materiais utilizados nos cursos ofertados e a organizar a logística das atividades, além de prepará-los para atuar como monitores/ministrantes nos cursos.

Atividades Realizadas

O minicurso **Técnicasos membros d de demonstração** iniciou as atividades do projeto no *SIA 2018* e fez parte das programações do *Simpósio na Faculdade Santa Marcelina, em Muriaé* e do *I SIAMA - Semana de Integração Acadêmica da Matemática*, em maio de 2019. O **Lógica Matemática: um curso introdutório** foi ministrado em módulos ao longo do ano de 2019 para os estudantes do primeiro ano do *CAp-COLUNI*, para os jovens da Escola de Evangelização da *Comunidade Aliança de Misericórdia em BH* e para o público em geral, na UFV. Também compôs a programação do *I SIAMA (UFV)*, do *X ECEM - Encontro Científico de Educação e Matemática*, no IFMG Sudeste, no Campus Rio Pomba, e da XXXI SEMAT da Faculdade Santa Marcelina, em Muriaé. No segundo semestre de 2019, o projeto ampliou a sua atuação fora da UFV, em parceria com o *Projeto Se você quer, você pode*, que atende a crianças da comunidade Pau de Cedro, região rural de Viçosa. Uma palestra também foi realizada na Escola Estadualos membros d Ormezinda Alves Duarte, em São Sebastião da Vargem Alegre-MG.

Planos para 2020

Novos membros na equipe, minicursos, palestras, desafios nas redes sociais e a ampliação das parcerias estão programados para 2020. Siga as novidades do projeto pelo Instagram e Facebook **Lógica Matemática**.

CINEMAT

O projeto "**Cinemat: a matemática pelas lentes do cinema**" começou a ser idealizado por volta de agosto de 2017 e, em 20/11/2017, a primeira metragem foi rodada para os estudantes. Em agosto de 2018, o projeto foi submetido e reconhecido pela FUNARBIC.

Muitos estudantes sofrem com o choque do primeiro contato com a matemática nas universidades, o que pode gerar um grande impacto na vida escolar, além de um alto índice de evasão. Segundo a professora Dra. Marli D. D. Moreira, advindo das altas taxas de evasão do curso, surgiu a necessidade de mostrar que a matemática é bela e necessita de um domínio da linguagem e, como qualquer linguagem, este conhecimento não vem de uma hora para outra, ele é proveniente de uma construção de conhecimentos e nada melhor do que o cinema para ajudar a desvendar tal face.

O CINEMAT propõe a exibição de filmes, documentários e vídeos relacionados com a matemática seguida de atividades exploratórias e debates sobre os conceitos apresentados pelo filme, algumas vezes utilizando até mesmo entrevistas. O objetivo é "investigar que matemática é revelada pelas lentes do cinema", favorecendo a enculturação matemática.

O projeto é uma maneira de ensinar matemática tendo o cinema como principal ferramenta tornando a aprendizagem mais leve, dinâmica e divertida. Há toda uma preparação e um cuidado especial da orientadora Marli e seu orientando Pablo C. P. G. Tureta de contextualizar o filme em relação ao meio matemático, identificar figuras importantes para a história matemática, retratados ou citados no enredo e formulação de um questionário não só para fixação do conhecimento, como também para um *feedback* dos espectadores.

No início de 2019, os resultados do projeto foram apresentados em um congresso internacional na Europa, mostrando quão importante o projeto tem sido para motivar os estudantes. Pablo ainda enfatiza a importância desta conquista devido à desvalorização tanto da educação quanto da utilização do cinema como meio didático.

Mais informações: `http://www.dma.ufv.br/dma/inicio.php?secao=extensao&id=14` e no CAMAT (Centro Acadêmico de Matemática).

Professor Amarísio da Silva Araújo (UFV)

O prof Amarísio da Silva Araújo, possui Graduação em Matemática (Bacharelado e Licenciatura) pela Universidade Federal de Viçosa (1990), Mestrado em Matemática pela Universidade de Brasília (1992) e Doutorado em Computação Aplicada pelo Instituto de Pesquisas Espaciais (2014). Atualmente, é professor Adjunto IV da Universidade Federal de Viçosa, onde trabalha desde fevereiro de 1993.

(1) ***Antes da UFV, já trabalhou em outras universidades? Se sim, quais?***

Não. A UFV é a minha primeira e única casa profissional, na qual iniciei a minha carreira em julho de 1992.

(2) ***Durante esses anos, que funções acadêmicas você assumiu?***

Exerci a orientação acadêmica de vários estudantes do curso de Matemática. Participei de várias comissões internas do DMA: coordenação de curso, de ensino, de extensão etc.; membro externo das coordenações dos cursos de Economia e de Engenharia de Alimentos; comissão técnica de elaboração do vestibular da UFV.

(3) ***Qual sua área de pesquisa?***

Considerando o meu doutorado em Computação Aplicada, a área de pesquisa relativa à minha Tese é a de Problemas Inversos.

(4) ***Qual dos seus projetos de pesquisa você considera mais importante?***

Atualmente, estou inserido em um único projeto de pesquisa intitulado: "Estimativa da Mudança no Ciclo Hidrológico da Mata Atlântica: Modelo Inland", numa coorientação de Mestrado, inserida no Grupo de Pesquisa em Micrometeorologia do Departamento de Engenharia Agrícola da UFV.

(5) ***Qual sua opinião/sugestão para a melhoria do nível de pesquisa no DMA?***

O nível de pesquisa em Matemática no DMA depende muito da dedicação dos seus pesquisadores. Para tal dedicação, é preciso que lhes sejam garantidos tempo e incentivos de fomento, proporcionando-lhes a possibilidade de interação com pesquisadores de outras instituições, a participação em congressos científicos e os processos contínuos de capacitação. É muito importante também que se mantenha o zelo na formação dos graduandos em Matemática da UFV, considerando que estes são potenciais ingressantes no Programa de Pós-Graduação em Matemática do DMA.

(6) ***Como podemos criar atrativos no DMA para melhorarmos nossa pesquisa?***

Para garantir o processo natural de qualificação de suas pesquisas, é preciso que se faça o essencial: criar instrumentos de apoio e incentivo à realização de atividades de pesquisa e desenvolvimento, de difusão e absorção de conhecimentos científicos.

(7) ***Existe um grupo de pesquisa na sua área na UFV? Quando foi criado?***

Não existe um grupo de pesquisa na minha área na UFV, mas existem vários grupos, especialmente nas engenharias, que trabalham com problemas que, de alguma forma, são resolvidos como problemas inversos.

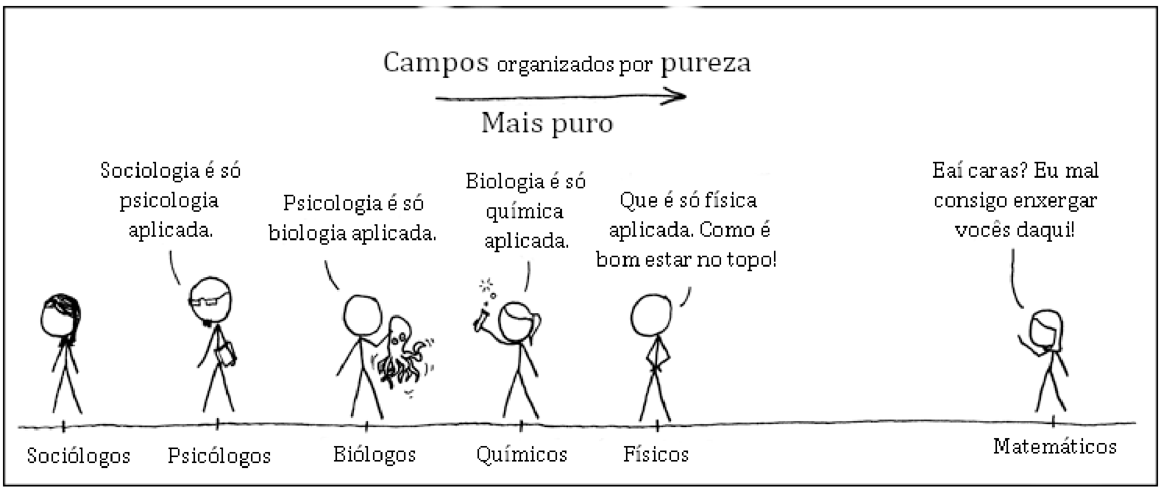
(8) ***Quem são os membros? Qual a frequência de seminários ou reuniões do grupo?***

Como respondido no item 7, não há.

(9) ***Uma breve explicação sobre sua área, de 5 à 10 linhas, listando os principais focos e possíveis aplicações.***

Problemas Inversos são problemas que envolvem a determinação de uma causa (desconhecida) a partir de um efeito (dado) medido ou observado. Tais problemas aparecem em diversas aplicações, tais como em geofísica e ciências ambientais: explorações sísmicas, detecção de petróleo etc.; em saúde: tomografias, eletrocardiografias etc.; em engenharias: testes não-destrutivos em componentes etc.; de maneira geral, em diversos estudos quantitativos e qualitativos de Física, Química, Biologia, Economia, etc. A área de Problemas Inversos é, portanto, uma área multidisciplinar que envolve profissionais de diversas áreas, como as mencionadas acima, e, obviamente, matemáticos. Na Matemática, em particular, envolve conhecimentos de Análise, Geometria, Álgebra Linear, Equações Diferenciais, Análise Numérica, etc.

Piada Matemática:



Professora Alana Cavalcante Felippe (UFOP)

A professora Alana Cavalcante Felippe possui graduação em Matemática pela Universidade Federal de Ouro Preto (2010), mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa (2013) e doutorado em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (2018) . Atualmente é professora efetiva da Universidade Federal de Ouro Preto - campus João Monlevade.

(1) ***Antes da UFOP, já trabalhou em outras universidades? Se sim, quais?***

Desenvolvo minhas atividades na Universidade Federal de Ouro Preto – campus João Monlevade, desde 2013, quando fui aprovada no concurso.

(2) ***Durante esses anos, que funções acadêmicas você assumiu? Quanto tempo em cada uma delas?***

Em relação ao ensino, além de ministrar aulas, desenvolvi o programa piloto de tutoria na disciplina de Cálculo I, que posteriormente foi implementado também em Ouro Preto em virtude dos resultados positivos. Atualmente faço parte da comissão de desenvolvimento de uma Especialização no Ensino Interdisciplinar.

Em relação à extensão, desenvolvi três projetos de extensão. O primeiro se intitulava "Aprendendo matemática através de Atividades Lúdicas" no período de 2014-2015. O segundo se intitulava "Reciclar com uso da Matemática" no período de 2018-2019. Devido à demanda da comunidade externa, o terceiro está sendo desenvolvido e se intitula "Reduzir, Reutilizar e Reciclar calculando".

Também participei da Comissão Organizadora do Festival de Inverno de Ouro Preto em 2018 e 2019.

Em relação à pesquisa, cursei meu doutorado no período de 2015-2018 na UFMG.

Em relação às atividades administrativas, participei como membro do Colegiado de Engenharia de Produção (2014), Colegiado de Sistemas de Informação (2015) e do Colegiado de Engenharia Elétrica (2018-2020). Participei como membro do Comitê de Ética em Pesquisa (2015) e membro do Comitê de Extensão (2018-2020).

(3) ***Qual sua área de pesquisa?***

Teoria das folheações holomorfas/ Geometria Algébrica ; Teoria das Singularidades/Topologia e Geometria.

(4) ***Qual dos seus projetos de pesquisa você considera mais importante?***

Todos os projetos têm sua importância em sua área.

(5) ***A universidade que você trabalha tem um programa de pós-graduação em matemática? Se sim, qual seu nível de pesquisa? Existe um grupo de pesquisa em sua área?***

A UFOP não apresenta um programa de pós em matemática. Desenvolvo a minha pesquisa sozinha e em parceria com docentes de outras universidades.

(6) ***Como podemos criar atrativos para melhorar o nível de pesquisa em universidades?***

Um atrativo seria o investimento em pesquisas e consequentemente na inovação, no entanto a falta de recursos é uma realidade. Outro atrativo seria a criação de políticas dentro dos departamentos para a dedicação do professor à pesquisa, reduzindo sua carga horária no ensino e extensão.

(7) ***Uma breve explicação sobre sua área de pesquisa, de 5 à 10 linhas, listando os principais focos e possíveis aplicações.***

Sim. O grupo "Equações Diferenciais e Aplicações" foi criado em 2011 e conta com a participação de vários professores do DMA.

(8) ***Quem são os membros? Qual a frequência de seminários ou reuniões do grupo?***

Participam do grupo os professores Amarísio, Anderson Araújo, Ariane Entringer, Cristiane Valadares, Edir Leite, Edson Teixeira, Fernanda Oliveira, Jéssyca Lange, Lilian Neves, Luciana Bragança, Margareth Alves e Sandro Romero. Ainda não tive a oportunidade de me reunir com todos eles.

(9) ***Uma breve explicação sobre sua área de pesquisa, de 5 à 10 linhas, listando os principais focos e possíveis aplicações.***

No estudo de distribuições holomorfas e folheações em variedades projetivas complexas, técnicas álgebro-geométricas tem sido utilizadas. Estamos interessados em analisar quando os feixes tangente e conormal decompõem, juntamente com as propriedades do esquema singular. O objetivo deste trabalho é caracterizar estas distribuições cujo feixe tangente e conormal não tem cohomologia intermediária.

Frases de Grandes Matemáticos:

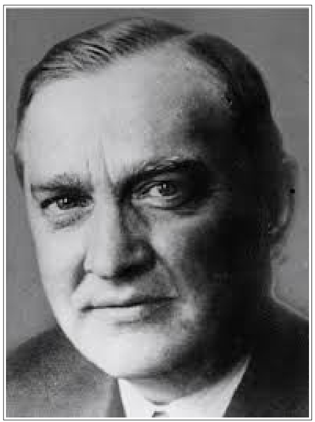
***Não é o conhecimento, mas o ato de aprender, não é a posse, mas o ato de chegar lá, que garante o maior prazer. Quando esclareço e esgotei um assunto, afasto-me dele para voltar à escuridão; o homem nunca satisfeito é tão estranho: se ele completou uma estrutura, então não é para morar nela pacificamente, mas para começar outra. Imagino que o conquistador do mundo deva se sentir assim, que, depois de um reino mal ser conquistado, estende os braços para os outros.**

*** A matemática é a rainha da ciência e a aritmética, a rainha da matemática.**

-Carl Friedrich Gauss.

O Teorema de Hahn-Banach

Hans Hahn



Stefan Banach

Gabriela Cristina de Sá,

A Análise Funcional é um ramo da matemática que trata do estudo de espaços vetoriais de dimensão infinita. Se destaca por desempenhar um papel crucial em Análise Não-Linear, Teoria do Controle, Otimização, EDP's e na moderna Teoria de Espaços de Banach. Um dos teoremas fundamentais desta área é o chamado Teorema de Hahn-Banach.

A forma atual mais geral do Teorema de Hahn Banach foi publicada em 1929, por S. Banach, e generalizada para espaços vetoriais complexos, por H. Bohnenblust. Formas mais simples do teorema foram provadas por Helley, em 1912, e por Hahn, em 1922. Em 1927, Hahn melhorou o resutado para funcionais definidos em espaços de Banach.

A essência do Teorema de Hahn-Banach, em sua versão para espaços normados, é que funcionais lineares contínuos definidos em um subespaço G de um espaço normado E podem ser estendidos a todo espaço E preservando linearidade, continuidade e o valor da norma. A peça fundamental para a demonstração do Teorema é o Lema de Zorn. Este Lema é equivalente ao Axioma da Escolha e garante que todo conjunto parcialmente ordenado, não vazio, no qual todo subconjunto totalmente ordenado é limitado superiormente tem um elemento maximal.

Teorema 1 (Teorema de Hahn-Banach Generalizado)**.** *Seja X um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ e p um funcional linear subaditivo com valores reais em X, isto é, para $x, y \in X$,*

$$p(x+y) \leq p(x) + p(y)$$

e, para cada escalar α,e pelo Instagram e Facebook do projeto e do

$$p(\alpha x) = |\alpha| p(x).$$

Além disso, seja f um funcional linear definido em um subespaço Z de X que satisfaz

$$|f(x)| \leq p(x).$$

Então f admite uma extensão $\overline{f}$ sobre X que satisfaz

$$|\overline{f}(x)| \leq p(x), \forall x \in X.$$

O Teorema de Hahn-Banach é peça chave para a prova do seguinte resultado. *Todo espaço normado separável é isomorfo isometricamente a um subespaço de l_∞.* O caso $E = \{0\}$ é trivial. Seja E um espaço normado separável não trivial e $D = \{x_n : n \in I\!N\}$ um subconjunto enumerável denso em E. Podemos claramente supor $0 \notin D$. Para cada $n \in I\!N$, existe um funcional linear $\phi_n \in E'$ tal que $||\phi_n|| = 1$ e $\phi_n(x_n) = ||x_n||$. Considere o operador

$$T : E \to l_\infty, T(x) = (\phi_n(x_n)).$$

É claro que $|\phi_n(x)| \leq ||\phi_n|| ||x|| = ||x||$, para todos $n \in I\!N$ e $x \in E$, portanto, T está bem definido no sentido que $(\phi_n(x)) \in l_\infty$, para todo $x \in E$. Além disso, T é linear e

$$||T(x_k|| = sup\{|\phi_n(x_k)| : n \in I\!N\}$$

$$\leq ||x||,$$

o que prova em particular que T é contínuo. Note que:

$$||T(x)|| = sup\{|\phi_n(x)| : n \in I\!N\}$$

$$\leq ||x||,$$

$$||T(x_k|| = sup\{|\phi_n(x_k)| : n \in I\!N\}$$

$$\geq |\phi_k(x_k)| = ||x_k||,$$

para todo $k \in I\!N$. Das desigualdades anteriores, $||T(x_k)|| = ||x_k||$, para todo $k \in I\!N$. A densidade do conjunto $\{x_n : n \in I\!N\}$ e a continuidade da função $x \in E \longrightarrow ||T(x)||$ implicam $||T(x)|| = ||x||$, para todo $x \in E$. Assim, T é um isomorfismo isométrico entre E e $T(E)$. A demonstração do teorema e mais resultados podem ser encontrados em (1).

Referências:

(1)- E. Kreyszing, *Introductory Functional Analysis with applications,* 1978.

[2]- RUDIN, W., *Functional Analysis,* 2ª Edição. McGraw-Hill Science, 1991. ■

Frases de Grandes Matemáticos:

***A Matemática é a criação mais bonita e mais poderosa do espírito humano.**

*** Um matemático é uma pessoa que pode encontrar analogias entre teoremas;**
um matemático melhor é aquele que pode ver analogias entre provas
e um ainda melhor pode notar analogias entre teorias.

*** Pode-se dizer que um matemático realmente excepcional é aquele que pode ver analogias entre analogias. -Stefan Banach.**

Ergodicidade e Mixing

Foto: *https : //www.math.uci.edu/*

Neemias Martins,

A Teoria Ergódica é um ramo dos sistemas dinâmicos que estuda as propriedades estatísticas das dinâmicas determinísticas, usando a Teoria da Medida. Uma propriedade estatística é uma propriedade que expressa o comportamento ao longo do tempo de sistemas dinâmicos dotados de medidas invariantes. Por determinístico, queremos dizer que as equações que determinam a dinâmica não possuem perturbações ou ruídos aleatórios. Os primeiros resultados importantes da teoria são: o Teorema Krylov-Bogolyubov (existência de medidas invariantes), o Teorema da Recorrência de Poincaré e o Teorema Ergódico de Birkhoff.

Existe uma relação relevante entre a *ergodicidade* e a propriedade de *mixing* (misturadora), que se associa com os Sistemas Dinâmicos Caóticos. Tais propriedades foram o objeto de estudo deste trabalho.

Medidas Invariantes

Uma *σ−álgebra* em um conjunto X é uma coleção $\mathcal{A}$ de subconjuntos de X que satisfaz as seguintes condições
(i) $\emptyset, X \in \mathcal{A}$;
(ii) Se $E \in \mathcal{A}$, então $X \setminus E \in \mathcal{A}$;
(iii) Se $E_i \in \mathcal{A}$, para $i = 1, ..., n, ...$, então $\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i \in \mathcal{A}$.
O par $(X, \mathcal{A})$ é dito *espaço mensurável*. Uma medida em um espaço mensurável $(X, \mathcal{A})$ é uma função $\mu : \mathcal{A} \to [0, +\infty]$ que cumpre as condições a seguir
(i) $\mu(\emptyset) = 0$;
(ii) $\mu(E) \geq 0$, para todo $E \in \mathcal{A}$;
(iii) $\mu\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mu(E_i)$, para toda coleção de subconjuntos de $\mathcal{A}$ dois a dois disjuntos.

A terna $(X, \mathcal{A}, \mu)$ é dita um *espaço de medida* e os subconjuntos de $\mathcal{A}$ são chamados *conjuntos mensuráveis*. Uma transformação $T : X \to X$ é *mensurável* se $T^{-1}(E) \in \mathcal{A}$, para todo $E \in \mathcal{A}$.

Considere $(X, \mathcal{A}, \mu)$ um espaço de medida e $T : X \to X$ uma transformação mensurável. A medida μ é *invariante por* T, ou T *preserva a medida*, se, para todo conjunto mensurável $E \in \mathcal{A}$, tem-se $\mu\left(T^{-1}(E)\right) = \mu(E)$.

Teorema (Krylov-Bogolyubov). *Sejam $(X, \mathcal{A}, \mu)$ um espaço de medida e $T : X \to X$ uma aplicação contínua. Então existe ao menos uma medida invariante por T.*

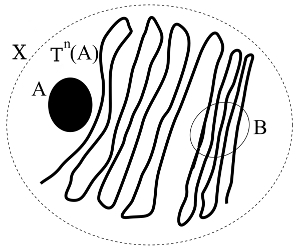
Qual é o comportamento das trajetórias quando viajam por um longo tempo? A primeira resposta a essa pergunta foi o teorema da *Recorrência de Poincaré,* que afirma que quase todos os pontos em qualquer subconjunto do espaço de fase eventualmente revisitam o conjunto. O teorema a seguir é uma das aplicações do teorema anterior.

Teorema (Recorrência de Poincaré). *Sejam $T : X \to X$ uma transformação mensurável e μ uma medida invariante por T. Seja $E \subset X$ qualquer conjunto mensurável com medida positiva. Então, para μ-quase todo ponto $x \in E$, existem infinitos valores de n para os quais $T^n(x)$ está em E.*

Ergodicidade e Mixing

Sejam $(X, \mathcal{A}, \mu)$ um espaço mensurável e $T : X \to X$ uma transformação mensurável que preserva a medida μ.
Ergodicidade: A transformação T *é ergódica* se, para cada $E \in \mathcal{A}$ com $T^{-1}(E) = E$, tem-se $\mu(E) = 0$ ou $\mu(E) = 1$.
Mixing: A transformação T *é mixing* se, para cada $A, B \in \mathcal{A}$, tem-se

$$\lim_{n\to\infty} \mu(T^n(A) \cap B) = \mu(A)\mu(B).$$



Intuitivamente, sob iterações de T, o conjunto A se espalha sobre X até que a proporção de A encontrada em qualquer conjunto B seja igual a proporção de A em X.

Em Física e Termodinâmica, a *hipótese ergódica de Boltzmann* diz que, por longos períodos de tempo, o tempo gasto por um sistema em alguma região do espaço de fase é proporcional ao volume dessa região. O Teorema Ergódico de Birkhoff afirma que a média de tempo de uma função ao longo das trajetórias existe em quase todos os pontos e está relacionada à média de volume do espaço. Em especial, quando T é um sistema ergódico, essa média é a mesma para $\mu-$quase todos os pontos.

Teorema (Ergódico de Birkhoff). *Seja $(X, \mathcal{A}, \mu)$ um espaço de probabilidade e $T : X \to X$ uma transformação que preserva medida e é ergódica. Então, para qualquer f integrável, a média de f ao longo da trajetória de T é, para $\mu-$quase todo ponto, igual a média de f sobre o espaço X, ou seja, se*

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(T^i(x)), \quad x \in X,$$

então,

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{\mu(X)} \int_X f(x)\, \mu(dx) \quad q.t.p.$$

Teorema. *Toda transformação mixing é ergódica.*

Referências:

[1]- PETERSEN, K. *Ergodic Theory.* Cambridge University Press, 1983.
[2]- LASOTA. A; MACKEY, M.C. *Chaos, Fractals, and Noise, Stochastic Aspects of Dynamics*, Springer-Verlag New York Inc; v.97, 1994.

Desafios Matemáticos

André Junqueira

É um fato bem conhecido que não existem fórmulas gerais para as raízes de um polinômio de grau maior que 4. Com isso resta a possibilidade de estudarmos padrões geométricos sobre a localização dessas raízes e assim surgiu a chamada teoria geométrica de polinômios. Um resultado bem clássico é o teorema de Gauss-Lucas que enunciamos a seguir.

Teorema (Gauss-Lucas)**.** *Todos os pontos críticos de um polinômio não constante estão contidos no fêcho convexo das raízes de f. Além disso, se os zeros são simples e não colineares, então nenhum ponto crítico se escontra na fronteira do fêcho convexo.*

Uma questão importante em cálculo numérico é saber localizar as raízes de um polinômio. Cauchy provou o seguinte resultado:

Teorema (Gauss-Lucas)**.** *Se $f(z) = a_n + a_{n-1}z + ... + a_0z^n$ é um polinômio, então suas raízes estão contidas na bola de centro na origem e raio $1 + max\{|a_{n-1}/a_n|, |a_{n-2}/a_n|, ..., |a_0/a_n|\}$.*

Para finalizar, vamos comentar sobre um resultado surpreendente que melhora o teorema de *Gauss-Lucas*, no caso particular de polinômios de grau 3.

Teorema (Marden)**.** *Seja f um polinômio de grau 3 tal que suas raízes sejam simples e não colineares no plano complexo. Se T é o triângulo com vértices nas raízes de f, então existe uma única elipse que é tangente aos lados do triângulo e cujos focos da elipse são os pontos críticos de f.*

Para quem quiser saber mais detalhes sobre essa área, sugerimos o livro *Geometry of Polynomials, de Morris Marden.* O problema desta edição é o seguinte:

Problema: Mostre que o polinômio $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + ... + \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ não possui raízes reais, para todo $n \in I\!N$.

NOTÍCIAS DO DMA

Programa de Verão 2020- DMA

No período de 06/01 a 06/03/2020, o Departamento de Matemática da UFV, promoverá o XII Programa de Verão em Matemática, que inclui o XII Workshop de Verão em Matemática do DMA. Mais informações: `http://www.dma.ufv.br/verao2020/`

Concurso de Professor Titular

No início de 2020, ocorrerá o concurso para uma vaga de cargo isolado de docente da Carreira do Magistério Superior, Classe Professor Titular-Livre, em regime DE, com lotação no DMA-CCE, para a área de Álgebra, conforme o EDITAL Nº 106/2019.

Dia da Matemática IV

O Departamento de Matemática da UFV organizará o Dia da Matemática VI no próximo semestre. O evento tem por objetivo promover a integração científica entre os pesquisadores do DMA. Mais informações: `http://www.dma.ufv.br/diamatematica/`

Concurso de Professor Substituto

O Departamento de Matemática da UFV terá uma vaga de professor substituto para o primeiro semestre de 2020. O edital será publicado em breve. Mais informações:`https://www3.dti.ufv.br/gps/processos-seletivos/destaques` .

Referências:

1- $https://www.leffest.com/convidados/2015/cedric-villani/$
2- $http://recalibrando.com.br/$
3- $https://cedricvillani.org/biographie$
4- $https://wikipedia.org/wiki$
5- $https://www.bookofproofs.org/history$
6- $https://impa.br/noticias$
7- $https://www.brainyquote.com/$

Errata: Na versão anterior em desafios matemáticos ocorreu um erro de digitação. A afirmação correta é "***Sugestão:*** *Para resolver esse problema use a igualdade* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. "

Agradecimento: Agradecemos o apoio dos membros da Comissão do Jornal da Matemática, em particular, o Prof. André Junqueira da Silva Corrêa e a Profª. Marinês Guerreiro que nos ajudaram na edição desta versão.